MATLAB EXPO 2022 JAPAN
ロボティクスと自律システム

マルチエージェントシステム制御の新展開
～人間社会を真似る階層化最適制御～

椿野 大輔
名古屋大学

MAKE NEW STANDARDS. 東海国立大学機構

NAGOYA UNIVERSITY

NUAE
Nagoya University Aerospace Engineering

マルチエージェントシステムとその制御

マルチエージェントシステム

- 複数のサブシステムが相互作用しながら，システム全体として所望の目的を達成するようなシステム

⇨ 考え方自体は様々なシステムに適用可能

  - 複数の自律移動体制御
  - ロボットネットワーク
  - スマートグリッド，など

モバイルロボットの協調動作

- マルチエージェントシステムの代表的な制御問題
  - 合意・フォーメーション制御
  - 協調安定化
  - 分散最適化

<u>制御則設計 = エージェント間の情報交換構造の決定</u>

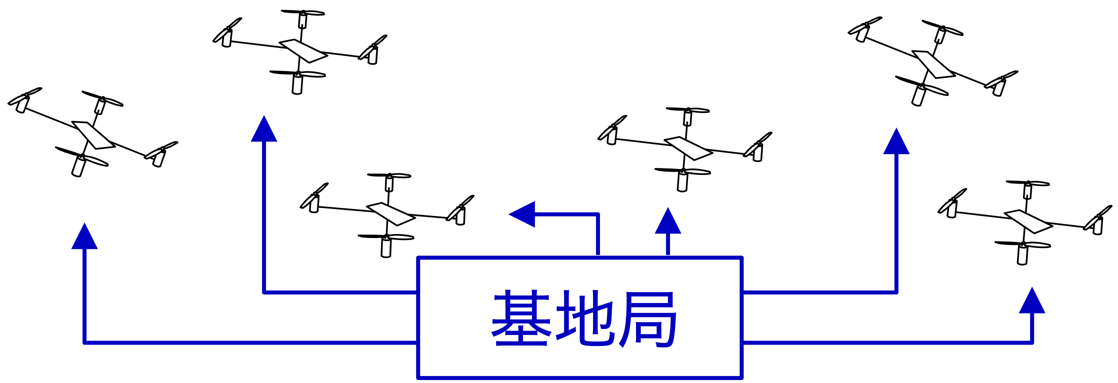
隊列走行

マルチエージェントシステムの制御

集中制御と分散制御

- 例：ドローンのフォーメーション

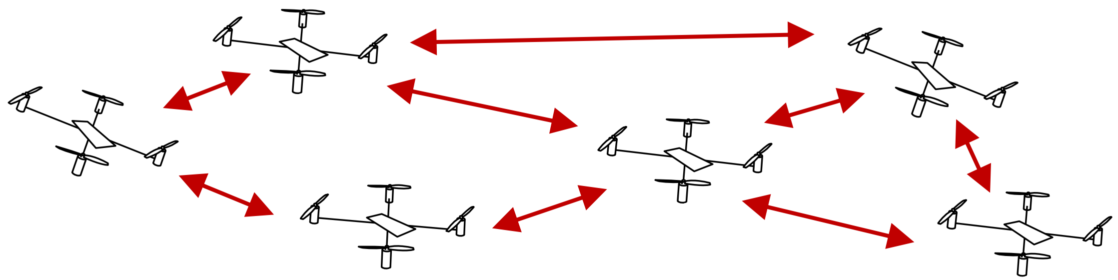
集中制御



全ての制御入力を基地局が
集中的に定める

✓ 基地局の故障に対して脆弱
✓ 基地局との間の情報遅延

分散制御

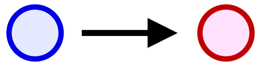


互いに情報交換し
自身の制御入力を定める

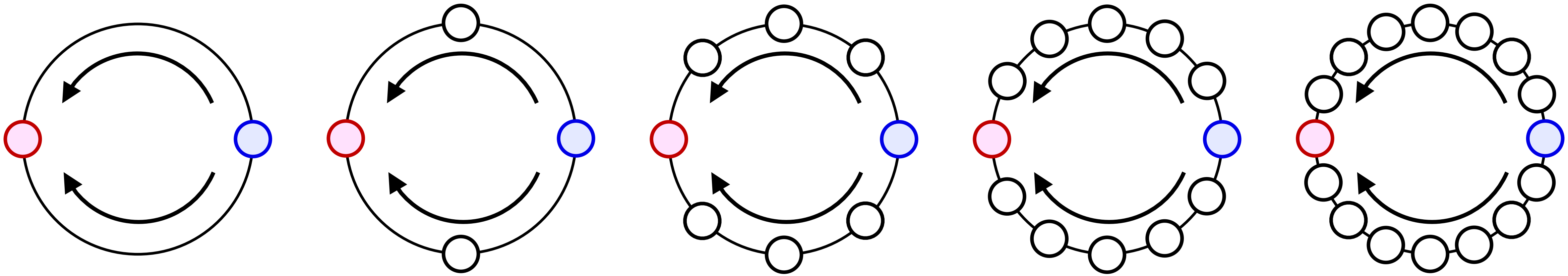
１台の故障に対して全体はロバスト
近いものとだけ情報交換すれば良い
2000年頃から研究数が大きく増加

分散制御の問題点

□ 情報の伝搬



例：環状のネットワークでの情報の伝搬



<u>対応するラプラス行列の第２固有値</u>（分散制御における収束の速さに対応）

$\lambda_2 = 2$　　$\lambda_2 = 2$　　$\lambda_2 \approx 0.5858$　　$\lambda_2 \approx 0.2679$　　$\lambda_2 \approx 0.1522$

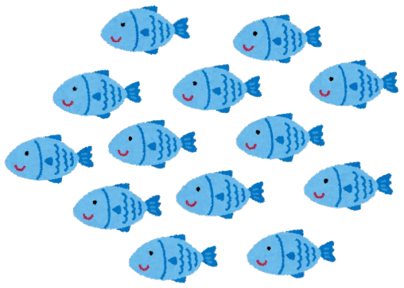
エージェント数の増加 ⇒ **システム全体の意思決定の遅れ**

生物の模倣から人間社会の模倣へ

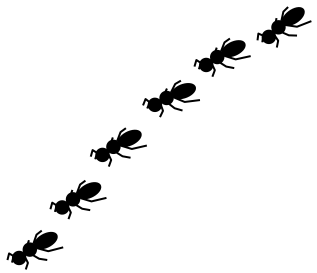
□ これまでの分散制御

- 生物の群の動きを参考
  - エージェント（鳥・魚など）は
    比較的平等

鳥の群



魚の群



アリの行列

□ 本研究での分散制御

- 人間社会の構造を参考
  - エージェントはいくつかの
    グループに分かれている。
  - グループ内ではさらに小さな
    グループに分かれている
    ⋮

<u>大学での構造</u>

専攻

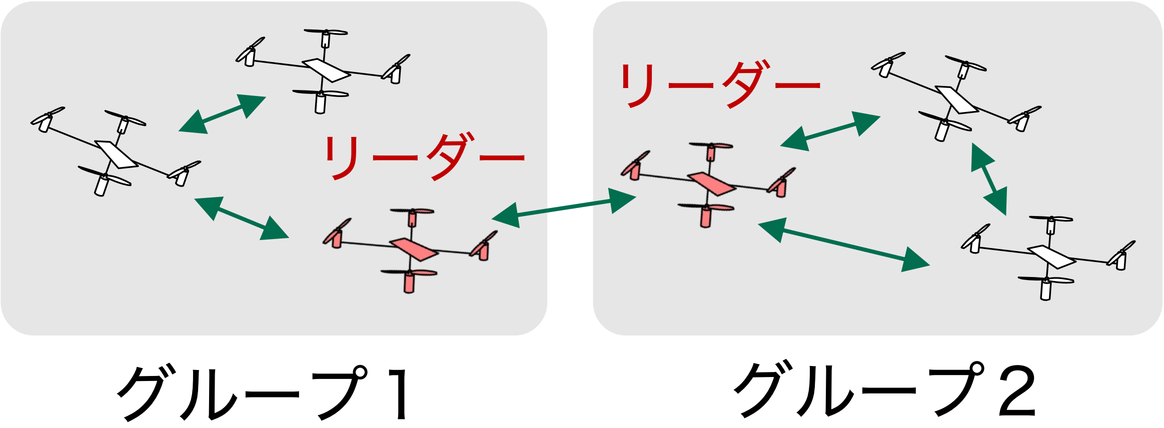
研究室 A
研究室 B
研究室 B

教員
研究員
大学院生
学部生

エージェントと最適目標の階層化

□ 複数のサブシステムからなるシステム

- 例：ドローンのフォーメーション



階層化分散制御

全体の制御目的
（フォーメーションの達成）

⇩ 制御目的の階層化

グループ間での制御目的
（リーダー同士のフォーメーション）
＋
グループ内での制御目的
（グループ内でのフォーメーション）

□ 階層化最適制御

- 階層的なシステム，階層的な評価指標（評価関数）のもとで，**階層的な最適制御則**を求める．

本発表のながれ

- はじめに
- 階層化最適制御の定式化
- ドローンフォーメーションでの数値シミュレーション
- 社会実装可能性について
- まとめ

本発表のながれ

- はじめに
- **階層化最適制御の定式化**
- ドローンフォーメーションでの数値シミュレーション
- 社会実装可能性について
- まとめ

エージェント群の階層化（グループ分）

評価関数（制御目標）の階層化

一般には得られない　　　　　+ 積に関する閉性

階層的な構造を持つ最適制御則

具体的な例題

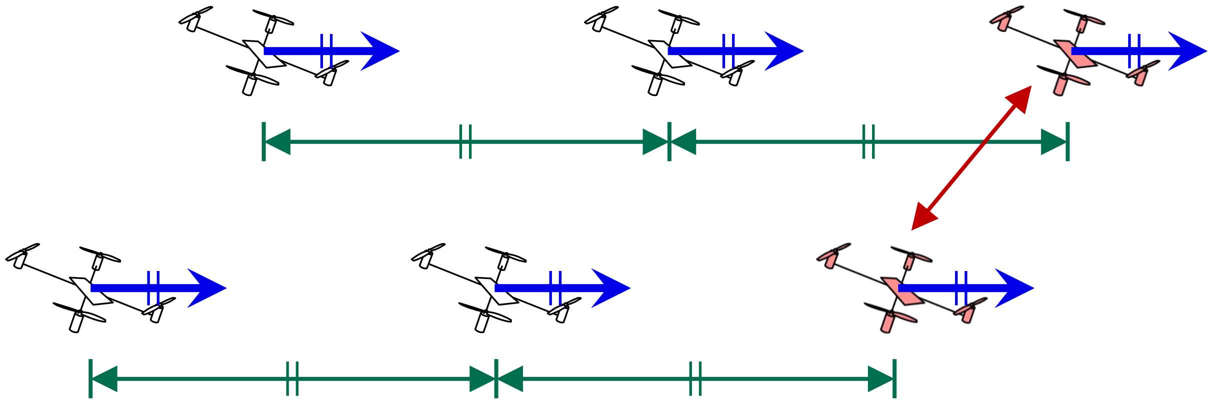
例：ドローンの平面フォーメーション

- 全体の目標
  - 全部で６機のエージェントが３機ずつ２列に並ぶ

２グループ

- 制御目標の階層化
  - 各列で相対距離を一定にする
    グループ内で協調的に達成
  - 先頭の機体（リーダ）の相対距離を一定にする
    リーダ間で協調的に達成

想定するフォーメーション



例題での問題設定

運動モデルと制御目標

- 速度入力モデル

$$\dot{\xi}_i = u_i \qquad \dot{\eta}_i = v_i$$

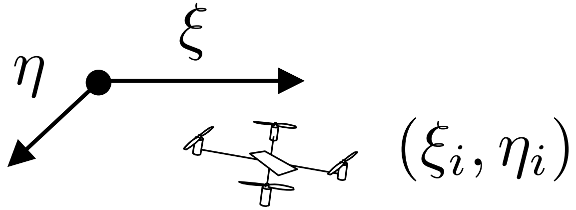
速度入力

- 階層的な制御目標の定量化
  - 各列で相対距離を一定に

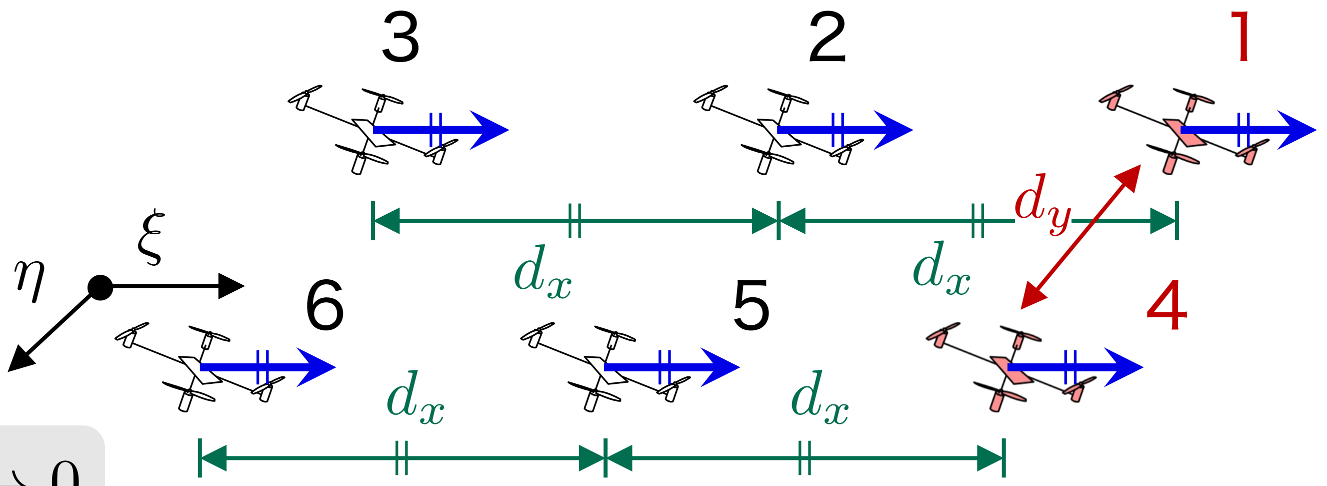
$$(\xi_1(t) - \xi_2(t) - d_x)^2 + (\eta_1(t) - \eta_2(t))^2 \to 0$$
$$(\xi_1(t) - \xi_3(t) - 2d_x)^2 + (\eta_1(t) - \eta_3(t))^2 \to 0$$

$$(\xi_4(t) - \xi_5(t) - d_x)^2 + (\eta_4(t) - \eta_5(t))^2 \to 0$$
$$(\xi_4(t) - \xi_6(t) - 2d_x)^2 + (\eta_4(t) - \eta_6(t))^2 \to 0$$

エージェント i



想定するフォーメーション



- リーダ間の相対距離を一定に

$$(\xi_1(t) - \xi_4(t))^2 + (\eta_1(t) - \eta_4(t) - d_y)^2 \to 0$$

問題の表記上の簡略化

誤差変数の導入

グループ１

$$\tilde{\xi}_1 = \xi_1 \qquad \tilde{\eta}_1 = \eta_1$$
$$\tilde{\xi}_2 = \xi_2 + d_x \qquad \tilde{\eta}_2 = \eta_2$$
$$\tilde{\xi}_3 = \xi_3 + 2d_x \qquad \tilde{\eta}_3 = \eta_3$$

グループ２

$$\tilde{\xi}_4 = \xi_4 \qquad \tilde{\eta}_4 = \eta_4 + d_y$$
$$\tilde{\xi}_5 = \xi_5 + d_x \qquad \tilde{\eta}_5 = \eta_5 + d_y$$
$$\tilde{\xi}_6 = \xi_6 + 2d_x \qquad \tilde{\eta}_6 = \eta_6 + d_y$$

$\frac{d}{dt}$ ⇒ 見かけ上変化なし

$$\dot{\tilde{\xi}}_i = u_i$$
$$\dot{\tilde{\eta}}_i = v_i$$

制御目標

$$\left(\tilde{\xi}_1(t) - \tilde{\xi}_j(t)\right)^2 + \left(\tilde{\eta}_1(t) - \tilde{\eta}_j(t)\right)^2 \to 0, \ \ j = 2, 3$$

グループ１

$$\left(\tilde{\xi}_4(t) - \tilde{\xi}_j(t)\right)^2 + \left(\tilde{\eta}_4(t) - \tilde{\eta}_j(t)\right)^2 \to 0, \ \ j = 5, 6$$

グループ２

各方向で考える問題は同じ

$$\left(\tilde{\xi}_1(t) - \tilde{\xi}_4(t)\right)^2 + \left(\tilde{\eta}_1(t) - \tilde{\eta}_4(t)\right)^2 \to 0$$

グループ間（リーダ間）

一つの方向の制御問題

最適制御問題としての定式化

- 運動モデル（一方向のみ）： $\dot{\tilde{\xi}}_i = u_i \qquad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$
- 制御量（0 にすべき量）

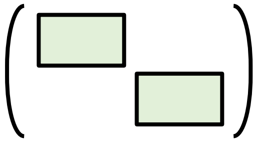
$$z_{g_1} = \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \end{pmatrix}$$

$$z_{g_2} = \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_4 - \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_4 - \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix}$$

$$z_{\mathrm{ldr}} = \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \\ \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix}$$

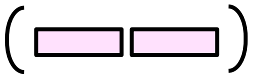
<u>まとめると</u>　行列の行列（入れ子構造）

$$\begin{pmatrix} z_{g_1} \\ z_{g_2} \\ z_{\mathrm{ldr}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \\ \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix}$$



$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

グループ毎　リーダーと比較



$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

比べる　リーダーを選ぶ

$\otimes$：Kronecker 積

LQ 最適制御問題としての定式化

$q_{\mathrm{g}},\ q_{\mathrm{ldr}},\ r > 0$：重み（優先度）

最適制御問題としての定式化（続き）

- 階層的な２次評価関数　LQ (Linear Quadratic) 最適制御

$$J = \int_0^{\infty} \left(q_{\mathrm{g}} \left(z_{\mathrm{g}_1}(t)^2 + z_{\mathrm{g}_2}(t)^2 \right) + q_{\mathrm{ldr}} z_{\mathrm{ldr}}(t)^2 + r \sum_{i=1}^{6} u_i(t)^2 \right) dt$$

グループ内の評価　リーダー間の評価　制御入力の評価

$$\begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \\ \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix}^{\top} \left(q_{\mathrm{g}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right) + q_{\mathrm{ldr}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \right) \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \\ \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix}$$

グループ内 $\begin{pmatrix} \square & 0 \\ 0 & \square \end{pmatrix}$　リーダ間 $\begin{pmatrix} \square & -\square \\ -\square & \square \end{pmatrix}$

最適フィードバック則の構造（1）

最適フィードバック制御則

- 最適入力の全体形

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{pmatrix} = -\frac{1}{r}\left(\underbrace{\begin{pmatrix} P_{\mathrm{g}} & 0 \\ 0 & P_{\mathrm{g}} \end{pmatrix}}_{\text{グループ内}} + \underbrace{\begin{pmatrix} P_{\mathrm{ldr}} & -P_{\mathrm{ldr}} \\ -P_{\mathrm{ldr}} & P_{\mathrm{ldr}} \end{pmatrix}}_{\text{グループ間の差}} \right) \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \\ \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix}$$

$P_{\mathrm{g}} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$

$P_{\mathrm{ldr}} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$

第１Gのみ取り出す（第２Gも同様）

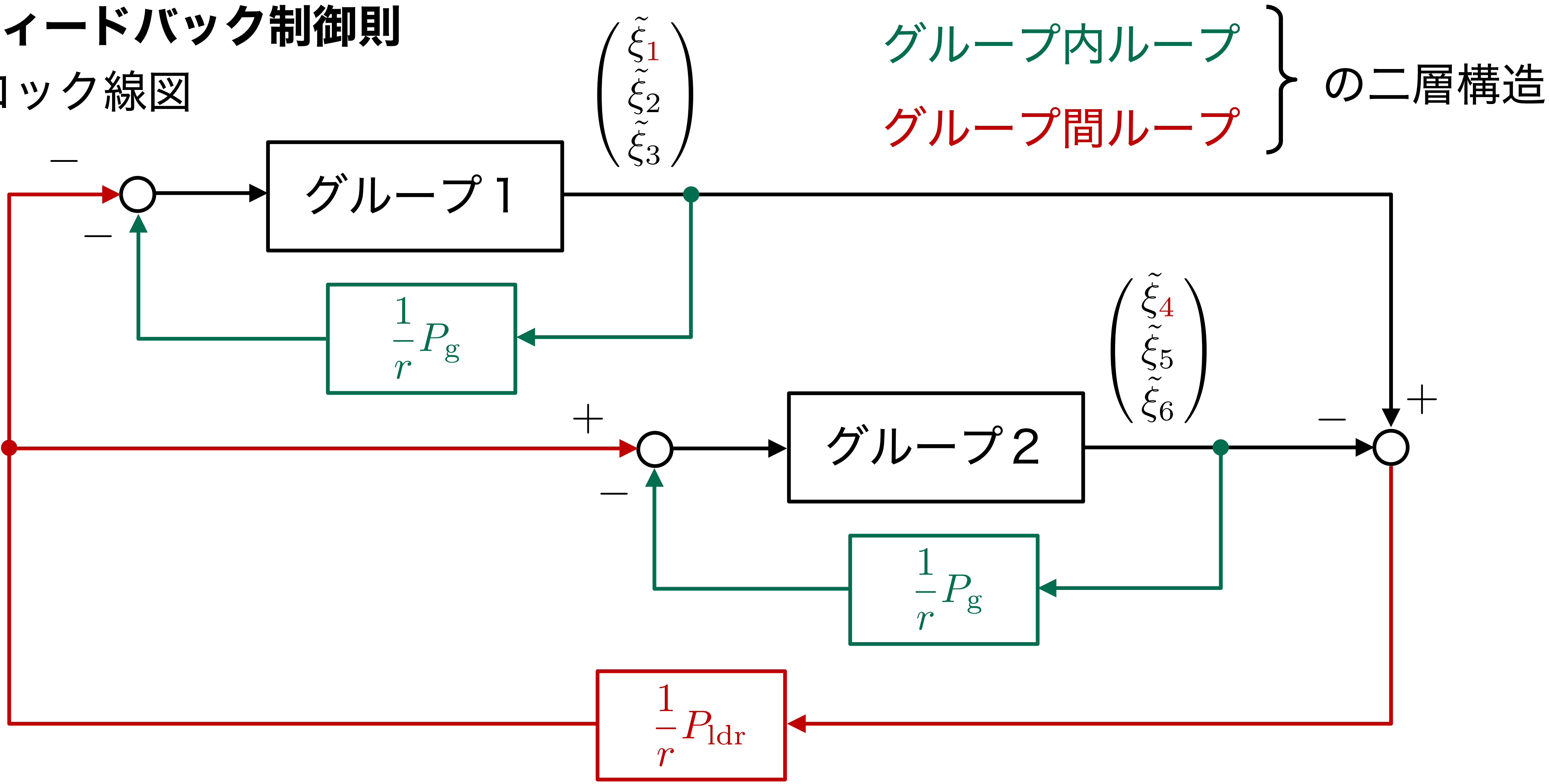
$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{r}\left(P_{\mathrm{g}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \end{pmatrix} + P_{\mathrm{ldr}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_2 - \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix} \right)$$

グループ内のフィードバックとグループ間の差のフィードバックに分離する

最適フィードバック則の構造（2）

最適フィードバック制御則

- ブロック線図



最適フィードバック則の構造（3）

□ 最適フィードバック制御則

■ 最適入力の全体形

Riccati 代数方程式の解

$$\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\\u_5\\u_6\end{pmatrix} = -\frac{1}{r}\left(\underbrace{\begin{pmatrix}P_{\mathrm{g}} & 0\\ 0 & P_{\mathrm{g}}\end{pmatrix}}_{\text{グループ内}} + \underbrace{\begin{pmatrix}P_{\mathrm{ldr}} & -P_{\mathrm{ldr}}\\ -P_{\mathrm{ldr}} & P_{\mathrm{ldr}}\end{pmatrix}}_{\text{グループ間の差}}\right)\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\\tilde{\xi}_2\\\tilde{\xi}_3\\\tilde{\xi}_4\\\tilde{\xi}_5\\\tilde{\xi}_6\end{pmatrix}$$

第１Gのみ取り出す（第２Gも同様）

$$\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix} = -\frac{1}{r}\left(P_{\mathrm{g}}\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\\tilde{\xi}_2\\\tilde{\xi}_3\end{pmatrix} + P_{\mathrm{ldr}}\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1-\tilde{\xi}_4\\\tilde{\xi}_2-\tilde{\xi}_5\\\tilde{\xi}_3-\tilde{\xi}_6\end{pmatrix}\right)$$

$$\begin{tikzcd} & P_{\mathrm{g}} \arrow[dl] & rq_{\mathrm{g}} \arrow[l] \\ P_{\mathrm{ldr}} & & rq_{\mathrm{ldr}} \arrow[ll] \end{tikzcd}$$

$P_{\mathrm{g}} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ ： rq_{g} のみに依存

$P_{\mathrm{ldr}} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ ： $rq_{\mathrm{ldr}}, P_{\mathrm{g}}$ に依存

重み影響を各階層のゲインに直結させた設計が可能

グループ内のフィードバックとグループ間の差のフィードバックに分離する

なぜ分離するか？

最適制御フィードバック則が階層的になる理由

評価関数の状態コストがもつ性質

- 状態コスト

$$
\begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \\ \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix}^{\top}
\left(q_{\mathrm{g}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) + q_{\mathrm{ldr}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \right)
\begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \\ \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix}
$$

グループ内 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes$ 　　リーダ間 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \otimes$

上の階層の行列が積について閉じている

$$
\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad
\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}
$$

積について閉じた構造は LQ 最適制御則に保存される

最適フィードバック則の構造（2）

最適フィードバック制御則（再掲）

- 評価関数内の状態コスト

$$
\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\\ \tilde{\xi}_3\\ \tilde{\xi}_4\\ \tilde{\xi}_5\\ \tilde{\xi}_6\end{pmatrix}^{\top}
\left(q_{\mathrm{g}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ \hline 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) + q_{\mathrm{ldr}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \hline -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\right)
\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\\ \tilde{\xi}_3\\ \tilde{\xi}_4\\ \tilde{\xi}_5\\ \tilde{\xi}_6\end{pmatrix}
$$

- 各グループの制御則

グループ１ $\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix} = -\frac{1}{r}\left(P_{\mathrm{g}}\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\\ \tilde{\xi}_3\end{pmatrix} + P_{\mathrm{ldr}}\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1-\tilde{\xi}_4\\ \tilde{\xi}_2-\tilde{\xi}_5\\ \tilde{\xi}_3-\tilde{\xi}_6\end{pmatrix}\right)$

これらの中身は？

グループ２ $\begin{pmatrix}u_4\\u_5\\u_6\end{pmatrix} = -\frac{1}{r}\left(P_{\mathrm{g}}\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_4\\ \tilde{\xi}_5\\ \tilde{\xi}_6\end{pmatrix} + P_{\mathrm{ldr}}\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_4-\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_5-\tilde{\xi}_2\\ \tilde{\xi}_6-\tilde{\xi}_3\end{pmatrix}\right)$

グループ内制御則の構造

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{r}\left(P_{\mathrm{g}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \end{pmatrix} + P_{\mathrm{ldr}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_2 - \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix} \right)$$

グループ内のフィードバック則

- $r, q_{\mathrm{g}}, q_{\mathrm{ldr}}$ によらず以下の構造を持つ

$$P_{\mathrm{g}} = \alpha_{\mathrm{str}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{\mathrm{f}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\alpha_{\mathrm{str}}, \alpha_{\mathrm{f}}$: rq_g で決まる定数

$$P_{\mathrm{g}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \end{pmatrix} = \alpha_{\mathrm{str}} \begin{pmatrix} (\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2) + (\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_3) \\ \tilde{\xi}_2 - \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_1 \end{pmatrix} + \alpha_{\mathrm{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\xi}_2 - \tilde{\xi}_3 \\ \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_2 \end{pmatrix}$$

元の変数での表記

$$= \alpha_{\mathrm{str}} \begin{pmatrix} (\xi_1 - \xi_2 - d_x) + (\xi_1 - \xi_3 - 2d_x) \\ \xi_2 - \xi_1 - d_x \\ \xi_3 - \xi_1 - 2d_x \end{pmatrix} + \alpha_{\mathrm{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ \xi_2 - \xi_3 - d_x \\ \xi_3 - \xi_2 + d_x \end{pmatrix}$$

リーダーとの差（相対位置）　　リーダー以外との差（相対位置）

なぜこのような構造を持つか？

行列の積に対する閉性

$$
\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\\ \tilde{\xi}_3\\ \tilde{\xi}_4\\ \tilde{\xi}_5\\ \tilde{\xi}_6\end{pmatrix}^{\top}
\left(q_{\mathrm{g}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ \hline 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)
+ q_{\mathrm{ldr}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \hline -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \right)
\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\\ \tilde{\xi}_3\\ \tilde{\xi}_4\\ \tilde{\xi}_5\\ \tilde{\xi}_6\end{pmatrix}
$$

◻ 状態コストにおけるグループ内重み

$$
\begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1\\ -1 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \longleftarrow
$$

この行列について考える

$$
\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1\\ -1 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^2 = 3\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1\\ -1 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1\\ -1 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1\\ -1 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2 = 2\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}
$$

積について閉じている構造

⇨ LQ最適制御則に保存

グループ間制御則の構造

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{r}\left(P_{\mathrm{g}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \\ \tilde{\xi}_3 \end{pmatrix} + P_{\mathrm{ldr}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_2 - \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix} \right)$$

□ グループ間のフィードバック則

- $r, q_{\mathrm{g}}, q_{\mathrm{ldr}}$ によらず以下の構造を持つ

$$P_{\mathrm{ldr}} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_2 + \beta_3 \\ \beta_3 \\ \beta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3 : rq_{\mathrm{g}}, rq_{\mathrm{ldr}}$ で決まる定数

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{ldr}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_4 \\ \tilde{\xi}_2 - \tilde{\xi}_5 \\ \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_6 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} (\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_4) + \begin{pmatrix} 3(\beta_2 + \beta_3) \\ 3\beta_3 \\ 3\beta_3 \end{pmatrix} \left(\frac{\tilde{\xi}_1 + \tilde{\xi}_2 + \tilde{\xi}_3}{3} - \frac{\tilde{\xi}_4 + \tilde{\xi}_5 + \tilde{\xi}_6}{3} \right) \\ &= \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} (\xi_1 - \xi_4) + \begin{pmatrix} 3(\beta_2 + \beta_3) \\ 3\beta_3 \\ 3\beta_3 \end{pmatrix} \left(\frac{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3}{3} - \frac{\xi_4 + \xi_5 + \xi_6}{3} \right) \end{aligned}$$

なぜこのような構造を持つか？

リーダー間の差（相対位置）

グループ平均位置の差（相対位置）

行列の積に対する閉性

$$
\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\\ \tilde{\xi}_3\\ \tilde{\xi}_4\\ \tilde{\xi}_5\\ \tilde{\xi}_6\end{pmatrix}^\top
\left(q_{\mathrm{g}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ \hline 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1\end{array}\right)
+ q_{\mathrm{ldr}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \hline -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{array}\right)\right)
\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\\ \tilde{\xi}_3\\ \tilde{\xi}_4\\ \tilde{\xi}_5\\ \tilde{\xi}_6\end{pmatrix}
$$

ゲインの構造の別表現

$$
P_{\mathrm{ldr}} = (\beta_1+\beta_2+\beta_3)\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} + (\beta_2+\beta_3)\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix} + (\beta_2+\beta_3)\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} + \beta_3\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}
$$

P_{g} にも依存

四つの行列(と零）の組が積について閉じている

※定数倍は無視

$\times$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	0
$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$	0
$\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$

かつ

P_{g} に上記四つの行列どれをかけても,
四つの行列の線形和となる

$$P_{\mathrm{g}} \times \square = \blacksquare\,\square + \blacksquare\,\square + \blacksquare\,\square + \blacksquare\,\square$$

$$\square \times P_{\mathrm{g}} = \blacksquare\,\square + \blacksquare\,\square + \blacksquare\,\square + \blacksquare\,\square$$

積に関して閉じた構造

⇨ **LQ 最適制御則に保存**

最適閉ループ系の信号の流れ

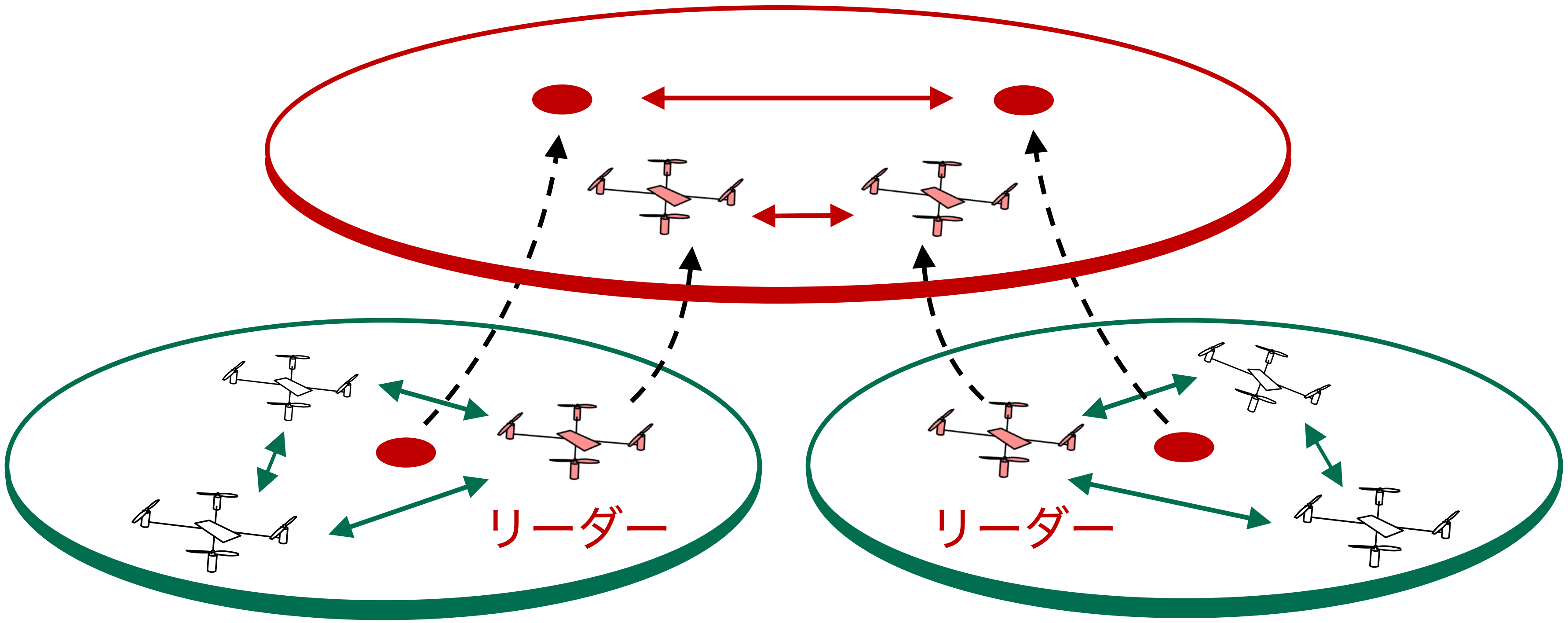
■ 階層的な信号の流れ

グループ間の階層

影響する
パラメータ
$rq_{\mathrm{ldr}}, P_{\mathrm{g}}$

グループ内の階層

影響する
パラメータ
rq_{g}



グループ内ではそれぞれの相対位置をフィードバック
グループ間ではリーダーと平均位置が相対位置をフィードバック

ここまでのまとめ

□ 階層的な最適制御則を得るには？

- 評価出力を，結果として得られる行列が積について閉じるように設定する

階層的な制御目標 → 評価出力の設定１ / 評価出力の設定２ / 評価出力の設定３ / ⋮

一意ではない

積に関して閉じた行列で表現された

⇩

階層的な最適制御則

□ 利点

- 特殊な構造を持つ LQ 最適制御則であるため，特別な最適化ソルバーは不要
- 階層の優先度と各層の制御則の間の関係が明確
- Riccati 方程式の解の２次形式をもとに衝突回避などにも展開可能

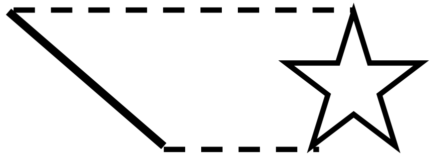
本発表のながれ

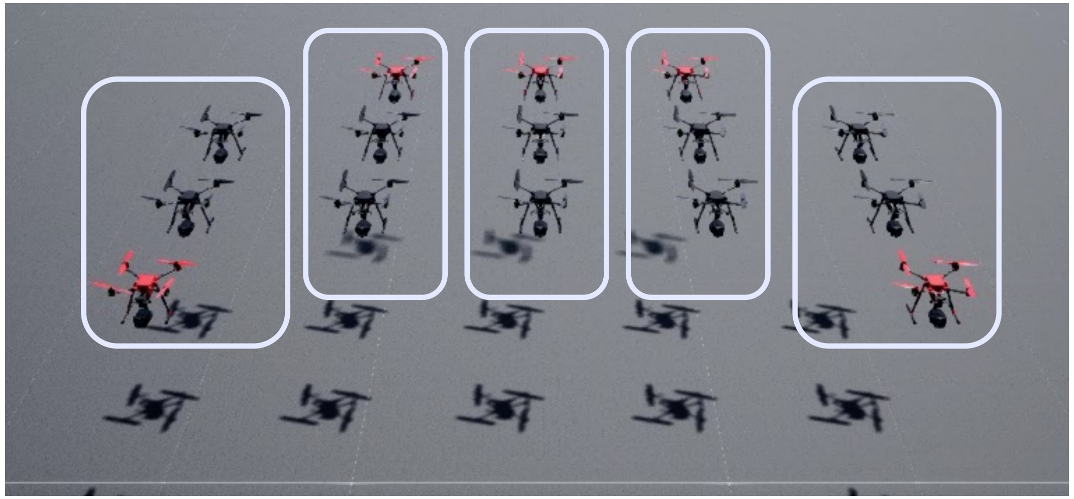
- はじめに
- 階層化最適制御の定式化
- ドローンフォーメーションでの数値シミュレーション
- 社会実装可能性について
- まとめ

数値シミュレーション

シミュレーション条件

- ３機５グループのフォーメーション
- 初期配置：右図の通り
- 目標フォーメーション：斜めの星型
- 実施内容
  - Case 1
    リーダー間のフォーメーションを重視
    $$q_{\mathrm{g}} = 1.0, \quad q_{\mathrm{ldr}} = 10.0$$
  - Case 2
    グループ内のフォーメーションを重視
    $$q_{\mathrm{g}} = 30.0, \quad q_{\mathrm{ldr}} = 1.0$$





リーダー：赤色の機体

MATLAB® UAV Toolbox™ を用いて可視化

シミュレーション結果（1）

□ Case 1: リーダー間のフォーメーションを重視　$q_{\mathrm{g}} = 1.0, \quad q_{\mathrm{ldr}} = 10.0$

正面

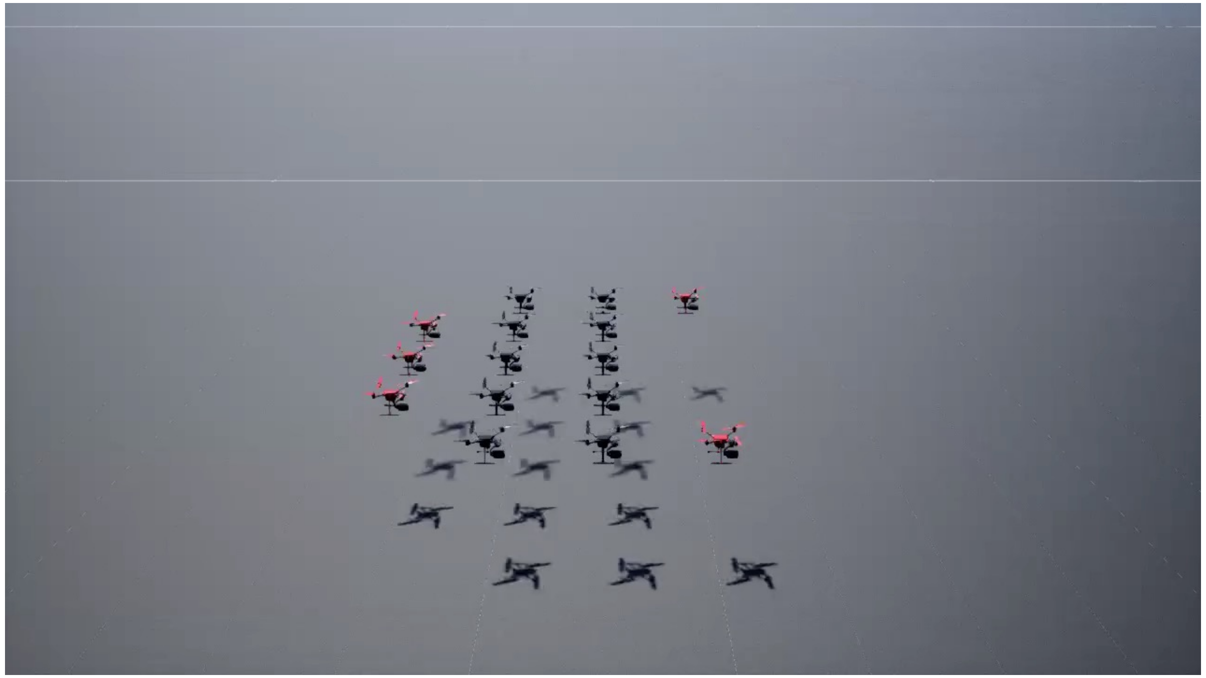
側面

リーダーが先に指定形状を形成し，それ以外のドローンがそれに続く

シミュレーション結果（2）

- **Case 2: グループ内のフォーメーションを重視** $q_{\mathrm{g}} = 30.0, \quad q_{\mathrm{ldr}} = 1.0$

正面



側面

グループ内で三角形を形成してから，グループ間の相対位置を調整する

シミュレーション結果（3）

□ Case 1 と Case 2 の比較

Case 1

Case 2

各階層の優先度を決める重みパラメータ $q_{\mathrm{g}}, q_{\mathrm{ldr}}$ により，状況・要求に応じて，
フォーメーションの形成過程を**制御則の構造を変更することなく**調整可能

マルチエージェントシステムの制御への LQ 最適制御使用の注意事項

Riccati 方程式の解

- 多くの制御問題で原点に不可観測モードを持つ

$$\left.\begin{aligned}\dot{\tilde{\xi}}_1 &= u_1\\ \dot{\tilde{\xi}}_2 &= u_2\end{aligned}\right\} \longrightarrow \begin{pmatrix}\dot{\tilde{\xi}}_1\\ \dot{\tilde{\xi}}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_1\\ u_2\end{pmatrix}$$

$$z = \begin{pmatrix}1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{\xi}_1\\ \tilde{\xi}_2\end{pmatrix}$$

不可観測モード

$$\lambda = 0,\ v = c\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix},\ c \in \mathbb{R}$$

$\therefore$ 対応する Hamilton 行列が虚軸軸上に固有値をもち，安定化解が存在しない

- Control System Toolbox™ に含まれる icare などの Riccati 方程式のソルバーでは解を直接求められない場合が多い．
$\rightarrow$ 可観測正準分解を用いて一旦不可観測モードを除いて解く

社会実装可能について

階層化最適制御が得意とする問題

- 同種のサブシステムが複数あり，制御目標が，個別の目標，グループ内の目標，グループ間の目標などに分離可能な問題

- 考えられる適用例
  - 移動体のフォーメーション制御：車両ロボット，ドローン，人工衛星
  - 複数の分散したアクチュエータに対する配分制御：
    インホイールモータを備えた電気自動車，分散動力航空機
  - 分散協調推定：
    同一ノイズ環境下での協調 Kalman フィルタ

まとめ

◘ マルチエージェントシステムの階層化最適制御

- エージェント群に階層性を導入し，システム全体の制御目標を階層ごとの制御目標に分解する.
- 制御目標を評価出力として設定する際に，結果として生じる行列が積について閉じるように定式化することで，階層的なLQ 最適制御則が得られる.
（システムと評価関数に現れる行列の集合が多元環をなすようにする）
- 各階層の制御目標の優先度を定める重みと，各層のゲインの対応関係を明確にした設計が可能.

．この部分が重要．どのような場合に積について閉じさせることができるかなど，経験の積み重ねが必須．何か使えそうなことがあれば是非ご相談ください

ご清聴いただきありがとうございました！